

Registro delle lezioni di Algebra 2 (parte 2)

Lezione 1 (29/04/2021) Struttura e organizzazione della seconda parte del corso. Costruzione dell'anello dei polinomi con coefficienti in un anello commutativo. Proprietà elementari di anelli di polinomi su un dominio. Anelli euclidei.

Lezione 2 (30/04/2021) L'anello di polinomi con coefficienti in un campo è un anello euclideo. Domini principali. Ogni anello euclideo è un dominio principale. Esempi. Divisori e elementi associati. Massimo comune divisore e minimo comune multiplo. Un elemento associato ad un massimo comune divisore/multiplo è ancora un massimo comune divisore/multiplo.

Lezione 3 (04/05/2021) Massimo comune divisore e minimo multiplo comune: esistenza e unicità a meno di associazione su un dominio a ideali principali. Algoritmo di Euclid, Identità di Bezout e Lemma di Euclid. Elementi primi e irriducibili in un dominio.

Lezione 4 (06/05/2021) Ogni elemento primo è irriducibile. Domini a fattorizzazione unica. Anelli noetheriani. Su un dominio a ideali principali, elementi primi e elementi irriducibili coincidono. Dimostrazione del fatto che un dominio a ideali principali è un dominio a fattorizzazione unica.

Lezione 5 (10/05/2021) Esercizi: foglio 1. La valutazione di un polinomio in un elemento. Teorema di Ruffini. Dimostrazione del fatto che un polinomio di grado n ha al massimo n radici.

Lezione 6 (13/05/2021) Polinomi irriducibili su un campo. Teorema fondamentale dell'algebra (senza dimostrazione). Polinomi irriducibili su i numeri reali. Polinomi su un dominio fattoriale: contenuto e polinomi primitivi. Criterio di irriducibilità tramite il quoziente modulo un elemento primo.

Lezione 7 (14/05/2021) Esercizi: foglio 2. Esempi. Criterio di Eisenstein. Lemma di Gauss.

Lezione 8 (17/05/2021) Relazione fra l'irriducibilità di polinomi su un dominio fattoriale e su il suo campo di quozienti. Enunciato (senza dimostrazione) del fatto che l'anello di polinomi su un dominio fattoriale è ancora un dominio fattoriale. Estensioni di campi. Costruzione di un'estensione di grado n dato un polinomio irriducibile di grado n .

Lezione 9 (20/05/2021) Teorema di Kronecker e teorema dei gradi. Esempi. Costruzione dei numeri complessi. Costruzione di un campo con 4 elementi. Conseguenze del teorema dei gradi.

Lezione 10 (21/03/2021) Elementi algebrici e trascendenti. Estensioni algebriche. Teorema di Lindemann-Weierstrass (senza dimostrazione). Ogni estensione finite è algebrica. Polinomio minimo. Il campo ottenuto tramite aggiunta di elementi. Esempi.

Lezione 11 (24/03/2021) Teorema di Lindemann-Weierstrass (senza dimostrazione). Costruzioni con riga e compasso: costruzioni elementari e problemi della Grecia Antica. Gli interi di Gauss sono costruibili. La retta perpendicolare e la retta parallela passante per un punto costruibile rispetto ad una retta passante da due punti costruibili. Operazioni elementari su punti costruibili.

Lezione 12 (30/03/2021) I numeri costruibili costituiscono un campo chiuso per radici quadrate. Teorema dei numeri costruibili. Costruzioni impossibili: quadratura del cerchio, trisezione del angolo e duplicazione del cubo.