Università degli Studi di Cagliari
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

ELEMENTI DI INFORMATICA

http://people.unica.it/gianlucamarcialis/

A.A. 2020/2021

Docente: **Gian Luca Marcialis**

LINGUAGGIO C
Problemi notevoli

Sommario

- Introduzione
- La ricerca
  - Sequenziale
  - Binaria
- L’ordinamento
  - Selection Sort
- Misurare la «complessità»
- Appendice (non obbligatoria): Quick Sort

Ricapitolando un po’…

- Fin qui abbiamo risolto alcuni problemi imparando delle tecniche base dell’algoritmica applicata alla programmazione
  - Assegnamento iterativo
    - Variabili cumulative
  - Estrazione di informazioni a partire da insiemi indicizzati di elementi (vettori)
- Questi problemi possono essere derivati da esse o concorrere ad esse
- Ciò porta alla indicazione di questi problemi come «idiomatici» nell’algoritmica

Problemi visti

- Calcolo della media aritmetica
- Elevamento a potenza

→ **Tecniche algoritmiche iterative su variabili cumulatrici**

- Estrazione del massimo elemento
- Conteggio delle occorrenze

→ **Tecniche di RICERCA con cumulatori**

La ricerca sequenziale

- Problema: cercare un elemento in un insieme
- Formulazione in C: scrivere una funzione che, ricevendo in ingresso un vettore di N interi ed un valore x, restituisca la posizione di x nel vettore (tra 0 e N-1), se presente, N altrimenti
- Dal momento che alcuna informazione è data sul vettore, l'unico modo è fare una **ricerca sequenziale**: scandire il vettore dal primo all'ultimo elemento

Soluzione

```
int ricerca_sequenziale(int *v, int x, int N)
{
  int i=0;

  while((i<N)&&(v[i]!=x)) i++;
  return i;
}
```

La questione della «complessità»

- L’esecuzione di un’istruzione e l’impiego di certi tipi di dati, hanno un costo
  - Impiego del processore (tempo), memoria (occupazione di byte per i dati)
- Il costo dipende da quante iterazioni (for/while) e da quante biforcazioni (if) verranno fatte prima di trovare l’elemento x nel vettore, oppure nel non trovarlo
- «Complessità computazionale»
  - L’ammontare di massima nel caso medio o nel caso pessimo, in funzione della configurazione del vettore di ingresso, delle risorse impegnate dal sistema ➔ dimensione del problema
  - Espresso come funzione dipendente da tale «dimensione»
    - Esempio: il numero degli elementi del vettore

Complessità della ricerca sequenziale

- Caso medio: il valore si troverà in un punto qualunque del vettore – mediamente nella posizione `N/2`
- Caso pessimo: il valore non si troverà nel vettore, `N` iterazioni
- In entrambi i casi, la complessità è legata al numero di confronti tra `v[i]` e `x` – questo numero è lineare con `N`
- La complessità computazionale può dirsi «lineare» con `N`, dimensione del vettore:

$$Complessità = a * N + b$$

- Con a e b costanti di «slope» e di «bias» dipendenti dalla soluzione implementata.
- In generale, si indica questa complessità con O(N), un infinito dipendente linearmente al crescere di N

La ricerca binaria

- Se il vettore è ordinato, ad esempio per valori crescenti

- Questa informazione ci permette di trovare una soluzione più efficiente alla semplice ricerca sequenziale, applicando il metodo di progettazione di algoritmi noto come “**divide et impera**”

- Il problema generale non lo si sa «gestire»
  - Allora lo si semplifica al punto in cui è possibile risolverlo
  - Si divide il problema generale in N problemi semplificati, per ognuno dei quali è nota la soluzione
  - La soluzione del problema generale si ottiene per «composizione» delle soluzioni di ciascuno degli N problemi semplificati risolti

Algoritmo di ricerca binaria

- Si consideri il problema della ricerca di un elemento in un vettore ordinato come se si dovesse cercare il nome di un abbonato in un elenco telefonico

- Un algoritmo di ricerca sequenziale inizierebbe comunque dalla prima pagina

- Tuttavia, potremmo:
  1. Dividere l'elenco in due parti eguali
  2. Se il nome precede alfabeticamente quello della pagina centrale, ritorno a 1 considerando solo la prima metà; altrimenti
  3. Se il nome segue alfabeticamente quello della pagina centrale, ritorno a 1 considerando solo la seconda metà; altrimenti
  4. Se la pagina è l'unica dell'elenco, non è stato trovato il nome; altrimenti
  5. E' stato trovato il nome.

Scrittura dell’algoritmo «divide et impera»

- So risolvere il problema: il nome che cerco corrisponde a quello che leggo?
- Allora mi metto nella condizione di poter essere sempre in questa condizione
- Se un primo tentativo fallisce, divido il problema in due sottoproblemi e li affronto alla stessa maniera
- Applico lo stesso principio a ciascuno dei sottoproblemi

Se avessi un elenco telefonico

1. Sia t il numero di pagina iniziale dell'elenco, c quello finale
2. Se $t - c$ è negativo
   a) Restituisco «non trovato»
      - non ci sono più pagine nell'elenco, il nome non c'è
3. Altrimenti
   a) Il numero di pagina centrale è dato da $m = {}^{t+c}/_{2}$
   b) Se il nome cercato è quello a pagina m
      i. Restituisco «trovato»
   c) Se il nome da cercare precede quello a pagina m
      i. Torno a 2 considerando la pagina finale pari a $m - 1$, ovvero $c = m - 1$
   d) Altrimenti
      i. Torno a 2 considerando la pagina iniziale pari a $m + 1$, ovvero $t = m + 1$

Dall’algoritmo al programma

- Problema semplificato di base: se il vettore è fatto di 1 elemento, mi basta controllare quello
- Se io indico con t l’indice di inizio del vettore o testa, e con c l’indice di fine del vettore o coda…
  - …i valori iniziali degli indici di testa e di coda del vettore corrispondono, rispettivamente, a 0 e N-1
  - …l’indice dell’elemento centrale m è dato da (t+c)/2
- Se l’elemento x è più piccolo dell’elemento centrale v[m], cambia la coda perché devo cercare fra gli m elementi più piccoli con indici da 0 a m-1
- Se l’elemento x è più grande, cambia la testa perché devo cercare fra gli N-m-1 elementi più grandi con indici da m+1 a N-1
- La condizione di termine è che il valore relativo all’indice di testa diventi maggiore o uguale a quello di coda!

Soluzione

```
int ricerca_binaria(int* v, int x)
{
	int K, m, t, c; /*K è il numero di iterazioni fatte prima di trovare
				o non trovare l'elemento x in v*/
	t=0;
	c=N-1;
	K=1;
	while(t<=c)
	{
		m=(t+c)/2;
		if(v[m]==x)
			return K;
		if(v[m]<x)
			c=m-1;
		else
			t=m+1;
		K++;
	}

	return K;
}
```

Complessità dell'algoritmo di ricerca binaria

- Come la ricerca sequenziale, la complessità dipende dal numero di confronti da fare.
- Vediamo il caso pessimo:
  - Supponiamo che il vettore sia fatto di $N=2^K-1$ componenti.
  - Ad ogni passo, questo insieme si divide in **due** insiemi di uguali dimensioni, pari a $2^{K-1}-1$ componenti.
  - L'algoritmo termina quando arriviamo a un insieme di $2^1-1=1$ componenti
  - Ciò implica che sono necessari **K** confronti per arrivare a trovare (o non trovare) il valore nel caso pessimo ➔ la complessità dell'algoritmo va come $\mathbf{\log_2 N}$
- **Una complessità logaritmica è quella «ideale» per la risoluzione di qualsiasi problema, escludendo quella costante (indipendente da N)**

Un esempio

- Sia `v=[1 5 10 25 30 31 45]`, e `x=45`.
- Lanciamo la funzione con: `z=ricerca_binaria(v,N,x);`
- Si cerca `45` in `v` con $N=7=2^3-1$ componenti (`N=7` ➔ `K=3`)
- `m=(0+6)/2=3`
- `v[m]==x`➔`25==45` è falso
- Il vettore viene diviso in `v1=[1 5 10]` e `v2=[30 31 45]`.
- `v[m]<x` ➔`25<45` è vero
- Si cerca `45` in `v2` con $N=3=2^2-1$ componenti (`N=3` ➔ `K=2`)
- `m=(4+6)/2=5`
- `v[m]==x` ➔ `31==45` è falso
- Il vettore viene spezzato in `v21=[30]` e `v22=[45]`
- `v[m]<x` ➔`31<45` è vero
- Si cerca `45` in `v22` con $N=1=2^1-1$ componenti (`N=1` ➔ `K=1`)
- `m=(6+6)/2=6`
- `v[m]==x` ➔ `45==45` è **VERO**
- Arriviamo a trovare 45 al terzo passaggio ➔ **K=3**

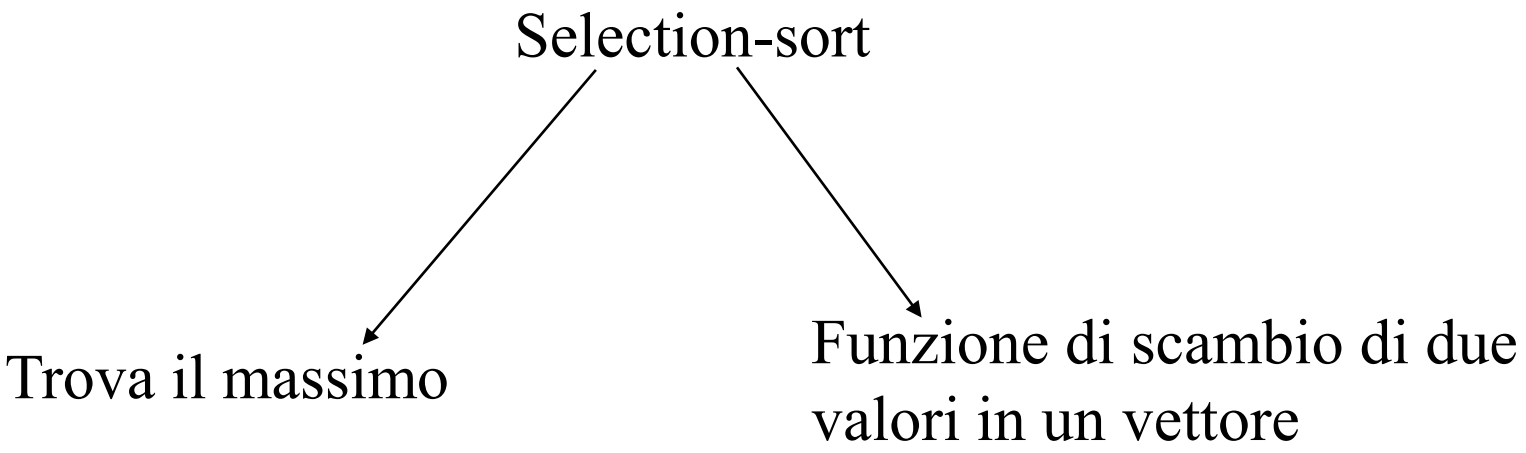
Il problema dell'ordinamento ("sorting")

- Scrivere una funzione C che ricevendo in ingresso un vettore di N elementi interi, restituisca il vettore con gli elementi ordinati **in ordine decrescente**

Una prima soluzione: l'ordinamento per selezione ("selection-sort")

- L'ordinamento per selezione, o "selection-sort", prevede semplicemente:
  1. Un confronto di tutti gli elementi del vettore tra loro per valutarne il massimo
  2. Il massimo viene spostato in cima al vettore
  3. Si ripetono le operazioni 1-2 sul vettore escludendo l'elemento in cima finché non si arriva ad un vettore di un solo elemento (quello in coda, il più piccolo)

Vista top-down



Selection-sort 1

- Procediamo modularmente (bottom-up), scrivendo una funzione che calcoli la posizione del massimo in un vettore di N interi tra le posizioni i e j

```
int massimo(int* v, int i, int j)
{
  int k, posmax;
  posmax=i;

  for(k=i+1; k<j; k++)
       if(v[k]>v[posmax]) posmax=k;
  return posmax;
}
```

Selection-sort 2

- Ora possiamo passare al problema principale

```
void selection_sort(int* v, int N)
{
  int i, posmax;
  for(i=0; i<N-1; i++)
  {
      posmax=massimo(v,i,N);
      if(posmax!=i)
            scambia(v,i,posmax);
            /*ho usato la funzione implementata
              nel Cap. 2.4*/
  }
}
```

Complessità di selection-sort

- Dipende:
  - dal numero di confronti operati durante la ricerca del massimo
  - dal numero di scambi effettuati ad ogni iterazione
- Esaminiamo il caso pessimo:
  - Alla i-esima iterazione:
    - La funzione massimo effettua N-1-i confronti
    - Viene eseguito 1 scambio
  - Quindi si ottiene:
    - i = 0 ➔ numero confronti N-1, 1 scambio
    - i = 1 ➔ numero confronti N-2, 1 scambio
    - …
    - i = N-2 ➔ numero confronti 1, 1 scambio
    - Totale ➔ N-1 + N-2 + … + 1 confronti + N-1 scambi
  - Associando costo unitario sia ai confronti che agli scambi (per semplicità), si ottiene:
    - Costo Totale ➔ N(N-1)/2 + N-1
    - Complessità quadratica: $O(N^2)$

Complessità di selection-sort

- Si noti che anche nel caso medio la complessità asintotica di selection-sort è quadratica
- Infatti, in media, gli scambi si ridurranno, mentre il numero di confronti sarà sempre quadratico
- Ma incidere sul numero degli scambi significa semplicemente incidere sulla componente lineare della complessità, quindi in generale la complessità di selection-sort è quadratica
- Esiste un algoritmo di ordinamento che, almeno nel caso medio, riduca la complessità➔riduca il numero di confronti?

Il selection-sort: implementazione «sintetica»

```
void selection-sort(int *v, int N)
{
     int i,j;

     for(i=0; i<N-1; i++)
          for(j=i+1; j<N; j++)
               if(v[j]>v[i])
                    scambia(v, i, j);
}
```

Struttura di un algoritmo “divide et impera”

```
tipo_soluzione divetimp (S)
{
  tipo_soluzione soluzione;
  if |S|<k /*se la dimensione del problema è accettabile*/
  {
        /*risolvi direttamente il problema*/
        return soluzione;
  }
  else
  {
        /*dividi S in sottoinsiemi S1, S2, …, Sh*/
        soluzione=combina(divetimp(S1), … , divetimp(Sh));
        return soluzione;
  }
}
```

Come misurare la complessità/l'efficienza di un programma?

- Generalmente, l'efficienza un algoritmo dipende da:
  - Numero di iterazioni cicliche
  - Numero di condizioni if contenute nei blocchi di cicli for
- E' possibile dunque avere una stima dell'algoritmo contanto il numero di confronti che viene svolto dallo stesso

Selection-sort con il calcolo del numero approssimato di confronti

```
int selectionsort(int* v, int N)
{
        int i,j;
        int costo=0;

        for(i=0; i<N-1; i++)
                for(j=i+1; j<N; j++)
                        if (v[i]>v[j])
                        {
                                costo++;
                                scambia(v,i,j);
                        }
        return costo;
}
```

Modo alternativo: misurare il tempo

- Nella libreria `<time.h>` esistono alcuni tipi utili allo scopo
  - Il tipo `clock_t` permette di valutare il numero di *colpi di clock* emessi dal sistema ad un dato istante mediante la funzione `clock()`
  - Esempio:

```
clock_t ct=clock();
/* ct si stampa come intero */
```

- Quindi la differenza tra il numero di colpi di clock emessi prima e dopo l'esecuzione di una funzione ci da una misura *proporzionale* al tempo impiegato dalla funzione stessa

```
clock_t inizio, fine;
inizio=clock();
F(); /* eseguo una funzione generica */
fine=clock();
printf("%d -- %d", inizio, fine);
```

Problema

- Considerare il seguente tipo di dato strutturato:

```
typedef struct
{
  char nome[20], cognome[20];
  int eta, numero_telefonico;
} Persona;

typedef struct
{
  Persona persone[50];
  int num_persone;
}VPersone;
```

Esercizi

- Scrivere una funzione C che, ricevendo in ingresso una stringa `nome`, e una variabile di tipo `VPersone`, cerchi nella variabile se c'è un elemento il cui slot `nome` è uguale alla stringa in ingresso, e restituisca l'indice dell'elemento corrispondente.
  - Si implementi la funzione nel caso che l'archivio sia ordinato e non ordinato alfabeticamente per slot `nome`

- Scrivere una funzione C che, ricevendo in ingresso una variabile di tipo `VPersone`, scriva su un'altra variabile dello stesso tipo la stessa variabile d'ingresso ma ordinata per la componente `eta` di ciascun elemento dello slot `persone`.
  - Si adatti la funzione select-sort per variabili di tipo Persona

Funzione di ricerca sequenziale

```
int cerca_persona(char nome[],VPersone l)
{
  int i=0;

  while((i<l.num_persone)&&
      (strcmp(l.persone[i].nome,nome)!=0)) i++;
  return i;
}
```

Ora tocca a voi (homework)

- Adattate con criteri analoghi la funzione di ricerca binaria
- Adattate anche la funzione di selection-sort

Per saperne di più

- Ceri, Mandriola, Sbattella, *Informatica – arte e mestiere*, Capo. 7-8, McGraw-Hill
- Kernighan, Ritchie, *Il linguaggio C*, Cap. 4, Pearson-Prentice Hall

Un algoritmo di ordinamento più efficiente

- Un’idea potrebbe essere: riuscire a partizionare il vettore in due parti, in modo tale che
  - tutti gli elementi di una parte (per esempio i primi N/2 elementi) sono maggiori un valore di riferimento, detto “**perno**” o “**pivot**”
  - tutti gli elementi dell’altra (ad esempio i secondi N/2 elementi) sono minori del perno
- A questo punto possiamo applicare ricorsivamente l’idea a ciascuna delle due partizioni, escludendo ovviamente il perno
  - Il perno può essere uno degli elementi del vettore
- Al termine di queste operazioni troviamo il vettore ordinato
- L’algoritmo che deriva da questa idea prende il nome di “quick sort”, o algoritmo di ordinamento veloce

Implementazione in C

```
void quicksort(int *v, int p, int q) /*p=0, q=N-1 all'inizio*/
{
  int i, j, pivot;

  if(p<q) /* se il vettore non è di dimensione 1 o inferiore */
  {
        pivot=p;
        i=p;
        j=q;

        while(i<j)
        {
              while((v[i]<=v[pivot])&&(i<q)) i=i+1;
              while(v[j]>v[pivot]) j=j-1;
              if(i<j) scambia(v, i, j);
         }

        scambia(v, pivot, j);
        quicksort(v,p,j-1);
        quicksort(v,j+1,q);
    }
}
```

Complessità di quicksort

- Si dimostra che, nel caso medio, la complessità di quicksort va come **$N\log_2 N$**
- Caso medio: tutte le permutazioni dei valori del vettore sono equiprobabili
- Nel caso più favorevole, il perno avrà valore “centrale” rispetto agli altri N ➔ influisce sul numero di confronti effettuati da perno e sulla dimensione delle partizioni da esso determinate

Il “quick sort”

- Supponiamo il vettore `V` di 10 interi
- Prendiamo ad esempio `V[0]` come perno
- Ora consideriamo il resto del vettore `V-{V[0]}` e, presi due indici `p` e `q`, l’uno in posizione `V[1]` e l’altro in `V[9]`,facciamoli scorrere l’uno incontro all’altro finché sono vere `V[p]>V[0]` e `V[q]<V[0]`
- Quanto detto vale per l’ordine decrescente, per quello crescente basta invertire i versi di confronto di `V[p]` e `V[q]` con `V[0]`

V[0]	V[1]	V[2]	V[3]	V[4]	V[5]	V[6]	V[7]	V[8]	V[9]
30	40	25	50	15	45	38	5	10	35

Funzionamento del “quick sort”

- In altri termini, `p` si arresta non appena trova un elemento `V[p]` minore del perno, `q` non appena trova un elemento `V[q]` maggiore del perno
- A questo punto scambiamo `V[p]` con `V[q]` e ripetiamo il procedimento finché `p<=q`
- Infine scambiamo `V[0]` con l’elemento maggiore tra `V[p]` e `V[q]` in modo da ottenere che tutti gli elementi a sinistra del perno sono maggiori di esso, mentre tutti gli elementi a destra sono minori
- Si applicano i passaggi precedenti a ciascuna delle due parti di `V` fino al totale ordinamento del vettore

Esempio di funzionamento: prima iterazione

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	40	25 p	50	15	45	38	5	10	35 q
30	40	35	50	15	45	38	5	10	25
30	40	35	50	38	45	15	5	10	25
45	40	35	50	38	30	15	5	10	25

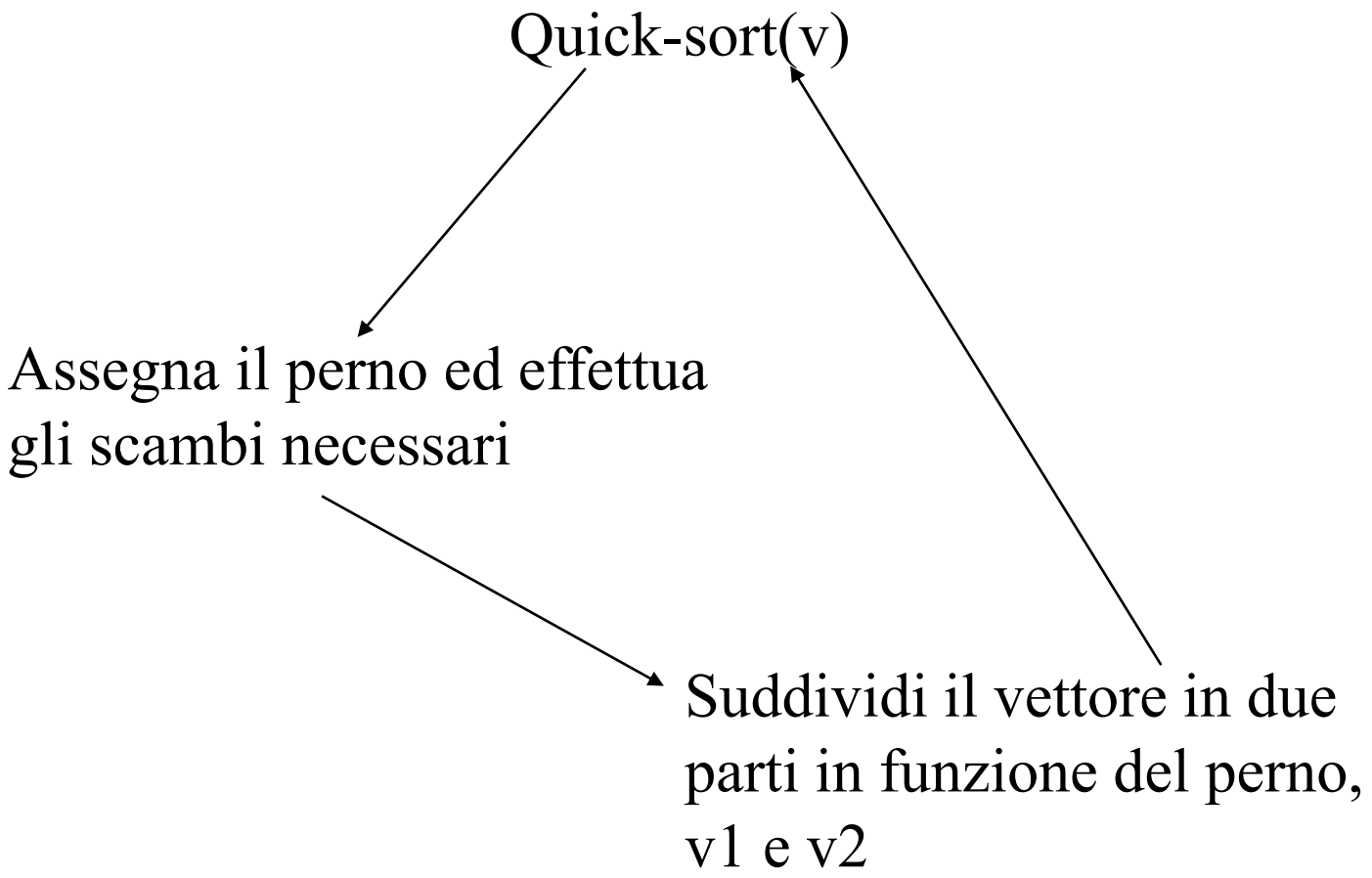
Esempio di funzionamento: seconda iterazione

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	40	35	50	38	30	15	5	10	25
45	50	35	40	38	30	15	25	10	5
50	45	35	40	38	30	25	15	10	5

Esempio di funzionamento: terza iterazione

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	45	35	40	38	30	25	15	10	5
50	45	38	40	35	30	25	15	10	5
50	45	40	38	35	30	25	15	10	5

Procedimento ad alto livello



Implementazione di Quick Sort in C

- Intestazione: QuickSort(V,N,p,q)
- Ingresso: V, N, p, q (inizializzati a 0 e N-1)
- Pseudo-codice:
- Se dimensione di V non è 1, o 0,
  - p'=p+1; q'=q;
  - Ripeti
    - Ripeti
      - p'=p'+1;
    - Finché v[p']>=v[p]
    - Ripeti
      - q'=q'-1;
    - Finché v[q']<=v[p]
    - Scambia v[p'] con v[q']
    - s=argmax(v[p'], v[q'])
    - Scambia v[p] con v[s]
  - Finché p'<q';
  - QuickSort(V,N,p,s-1);
  - QuickSort(V,N,s+1,q);

Quicksort con il calcolo del numero dei confronti

```
int quicksort(int *v, int p, int q)
{
        int i, j, pivot, temp, costo=0;

        if(p<q)
        {
                pivot=p;
                i=p;
                j=q;

                while(i<j)
                {
                        while((v[i]<=v[pivot])&&(i<q)) { i++; costo++;}
                          while(v[j]>v[pivot]) { j--; costo++;}
                                if(i<j) {scambia(v, i, j); costo++;}
                                costo++;
                }

                scambia(v, pivot, j);
                costo=costo+quicksort(v,p,j-1);
                costo=costo+quicksort(v,j+1,q);
                costo++;
        }

        return costo;
}
```