

Jorge Vitória, email: jorge.vitoria@unica.it
Università di Studi di Cagliari, 2019/2020
Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Registro delle lezioni di LOGICA MATEMATICA - INTRODUZIONE ALLA TEORIA DELLE CATEGORIE

Lezione 1 (26/09/2019): Presentazione del modulo sulla Teoria delle Categorie. Definizione di categoria. Esempi: le categorie degli insiemi, degli spazi topologici, degli spazi vettoriali e degli anelli. Discussione del fatto che la collezione di oggetti non è necessariamente un insieme. Definizioni di monomorfismo, epimorfismo, bimorfismo, isomorfismo, oggetti iniziali, oggetti finali e oggetti zero. L'esempio della categoria degli insiemi.

Lezione 2 (3/10/2019): Funtori. Esempi: funtori dimenticanti, il funtore libero $\text{Set} \rightarrow \text{Vect}_{\mathbb{K}}$, il funtore gruppo fondamentale e il funtore $\text{Set}(X, -)$, per qualsiasi insieme X .

Lezione 3 (10/10/2019): Funtori fedeli, pieni e pienamente fedeli. Esempi. La categoria duale e funtori contravarianti. Esempi. Esercizi.

Lezione 4 (17/10/2019): Trasformazioni naturali e equivalenze naturali. L'esempio dello spazio vettoriale biduale. Equivalenze di categorie. Dimostrazione del fatto che un funtore è una equivalenza di categorie se e solo se è pienamente fedele e denso. Esercizi.

Lezione 5 (24/10/2019): Funzioni bilineari. Prodotto tensoriale di due spazi vettoriali. Dimostrazione dell'esistenza e unicità del prodotto tensoriale. Prodotto tensoriale di due funzioni lineari.

Lezione 6 (7/11/2019): Funtori aggiunti. Esempi in topologia (funtore dimenticante come aggiunto a sinistra e aggiunto a destra) e in algebra lineare (funtore dimenticante come aggiunto a destra del funtore libero). Il funtore prodotto tensoriale.

Lezione 7 (14/11/2019): Dimostrazione del fatto che, per ogni spazio vettoriale V , il funtore $V \otimes -$ è aggiunto a sinistra di $\text{Vect}_{\mathbb{K}}(V, -)$, come endofuntori della categoria di spazi vettoriali su un campo \mathbb{K} . Risoluzione di esercizi.

Lezione 8 (21/11/2019): Funtori aggiunti tramite trasformazioni naturali: unità e counità. Esempi. Esercizi.

Lezione 9 (28/11/2019): Funtori rappresentabili (covarianti e controvarianti). Aggiunzioni e rappresentabilità. Esempi. Morfismi fra oggetti inducono trasformazioni naturali fra funtori rappresentabili. Esercizi.

Lezione 10 (05/12/2019): Dimostrazione del lemma di Yoneda.